



Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Niels Bohr Institute
University of Copenhagen

21 December 2007

Oversigt

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

1 Indledning

2 Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

3 Enormt "Ocean" under Asien?

4 Referencer



Seismiske Bølger

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

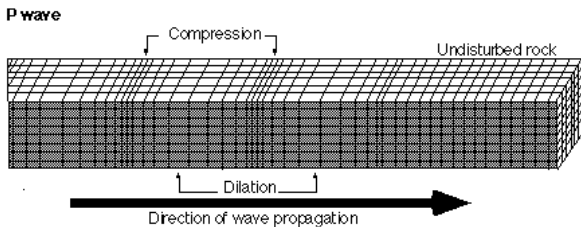
Bestemmelse

t^*

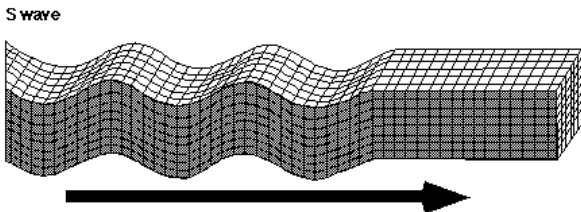
Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer



(Modified from Bruce A. Bolt, *Earthquakes: A Primer*. W H. Freeman & Company. 1978.)



(Modified from Bruce A. Bolt, *Earthquakes: A Primer*. W H. Freeman & Company. 1978.)



Seismiske Bølger

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

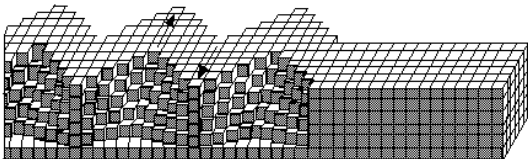
t^*

Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

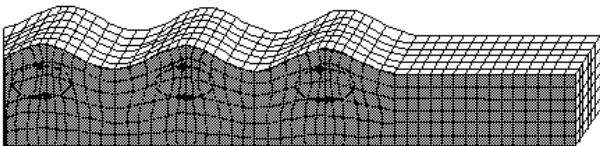
Referencer

Love wave



(Modified from Bruce A. Bolt, *Earthquakes: A Primer*. W.H. Freeman & Company. 1978.)

Rayleigh wave



(Modified from Bruce A. Bolt, *Earthquakes: A Primer*. W.H. Freeman & Company. 1978)



Jordens opbygning

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

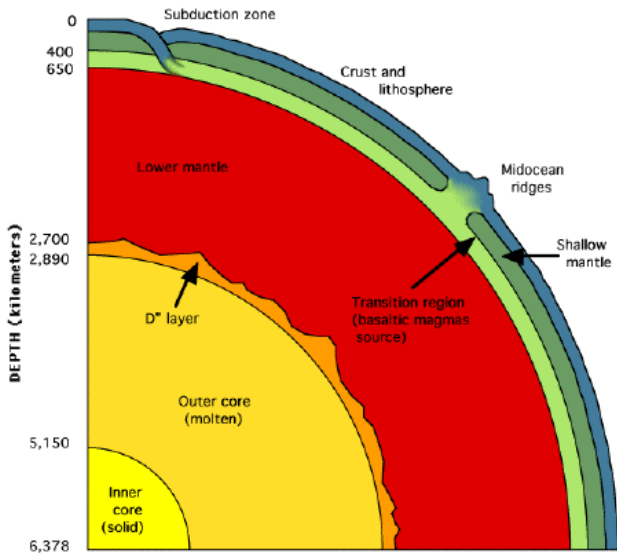
t^*

Tomografi

Enormt

"Ocean" under Asien?

Referencer





Indledning

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

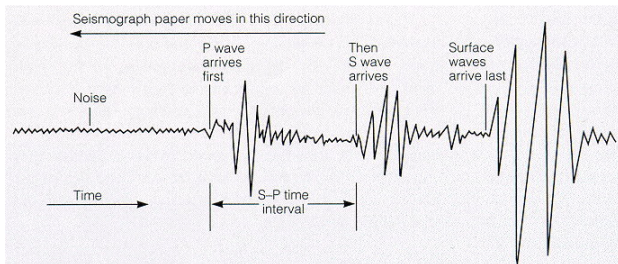
t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Selv om der er sket en drastisk udvikling inden for elastisk tomografi inden for de sidst årtier er udviklingen af anelastisk tomografi været langsom, da det er meget svært at trække dæmpningsdata ud af amplituder af seismiske bølger.





Teori

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator



Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

I en ideel ren elastisk jord bliver bølger dæmpet p.g.a.

- Geometrisk spredning. Energi per areal, $\frac{1}{r^2}$; amplitude, $\frac{1}{r}$
- Reflektion og transmission ved grænselag.

I den virkelige jord dæmpes seismiske bølger p.g.a. energitab ved:

- Spredning fra små heterogeniteter.
- Elastiske fokuserings effekter langs strålegangen.
- Bevægelse fortrukne akser i mineraler.
- Opvarmning ved bevægelser af korn i materialet.

De sidste 2 kaldes under et for intern friktion.



Simple beskrivelse af dæmpning

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t*

Tomografi

Enormt

"Ocean"

under Asien?

Referencer

Dæmpning kan på den simpleste måde skrives ved en dæmpet harmonisk oscillation:

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx = 0 \quad \text{eller} \quad \ddot{x} + \epsilon\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0,$$

hvor $\epsilon = \gamma/m\omega_0$ og γ er friktions koefficienter og $\omega_0 = (k/m)^{1/2}$ er den "naturlige" frekvens af systemet.

Løsningen til sådan en ligning er:

$$x(t) = A_0 e^{-\epsilon\omega_0 t} \sin\left(\omega_0 t \sqrt{1 - \epsilon^2}\right)$$

Ledet $A_0 e^{-\epsilon\omega_0 t} = A(\epsilon)$ beskriver dæmpningen og ved $\epsilon = 0$ er der ingen dæmpning.



Kvalitetsfaktoren Q

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Friktionskoefficienten ϵ kan udtrykkes ved en kvalitetsfaktor, Q :

$$\epsilon = 1/2Q \Rightarrow A(t) = A_0 e^{-\omega_0 t/2Q}$$

Q defineres som andelen af den totale energi tabt per oscillation:

$$Q^{-1} = \frac{-\Delta E}{2\pi E}$$

Q er omvendt proportionalt med styrken af dæmpningen. $-\Delta E$ er energitabet er cycle. Store værdier af Q angiver lav dæmpning og værdier tæt på 0 angiver meget høj dæmpning.



Q og frekvens

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt

"Ocean" under Asien?

Referencer

Skriver man amplituden som funktion af afstand i stedet

$$A(x) = A_0 e^{(-\omega/2Qv)x}$$

hvor ω er frekvensen er det klart at for fastholdt Q bliver bølger med højere frekvens dæmpet mere end bølger med lavere frekvens. Hvilket giver mening, da en høj frekvent bølge vil oscillere mere end i samme tidsrum. En puls vil også blive "glattere" og bredere når de høfrekvente komponenter bliver fjernet.



Frekvensafhængigheden

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

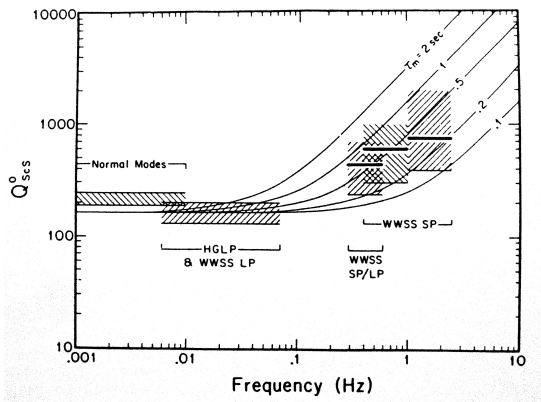
t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Q variere næsten ikke med frekvensen mellem 0.001 og 1 Hz, men ved højere er der en sammenhæng:





Frekvensafhængighed

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator



Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

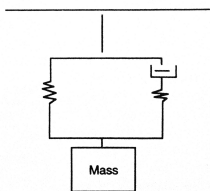
Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

For at kunne behandle frekvensafhængigheden skal fjedermodellen modificeres.

Ser nu på to fjedre og en anelastisk (viskøst) element. Hvis der bliver trukket i den ene ende vil fjederne reagere med modsat rettet kræft, F , men over tid vil F mindskes, mens det anelastiske element afslappes. Denne reduktion af F er irreversibel og systemet er anelastisk.





Frekvensafhængighed

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

Dette system kan beskrives ved følgende ligning:

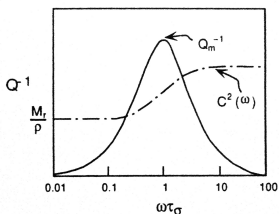
$$\sigma + \tau_{\sigma} \dot{\sigma} = M_r (\epsilon + \tau_{\epsilon} \dot{\epsilon})$$

hvor τ_{σ} og τ_{ϵ} er stress og strain relaxation times, altså den karakteristiske det tager for afslapning. M_r er relaxed elastic modulus, hvilket indikere stivheden af systemet. Opskrives Q med dette udgangspunkt fremgår det at den Q afhænger af frekvensen

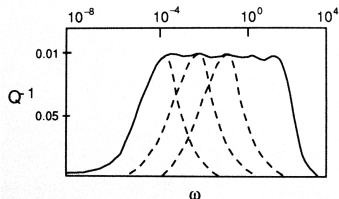
$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{\delta M}{M_r} \frac{\omega \tau_{\sigma}}{1 + \omega^2 \tau_{\sigma}^2}$$

hvor $\delta M = \tau_{\epsilon} M_r / \tau_{\sigma} - M_r$ er det unrelaxed elastic modulus.

- Hver eneste afslapningsmekanisme i jorden har et Derbye peak.
- Hvorfor er Q næsten konstant mellem 0.001 og 1Hz? På grund af den store variation og de store skalaer af dæmpningsprocesser i jorden. Det er en superposition af en række derbye peaks, hvilket effektivt giver et absorptionsbånd.



$$\frac{M_r}{\rho} \quad \frac{\tau_\epsilon}{\tau_\sigma}$$





Egenskaber ved Q

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt

"Ocean"

under Asien?

Referencer

- Tilstedeværelsen af vand kan drastisk øge dæmpning og mindske viskositeten.
- Mindre kornstørrelser giver øger dæmpningen.
- Højere temperature giver også øget dæmpning.
- Q er højere for P- (Q_α) end S-bølger (Q_β). Altså mindre dæmpning af P-bølger. $Q_\alpha \approx \frac{9}{4}Q_\beta$
- Generelt stiger Q værdien for materialer med højere densitet og hastighed.
- Typiske værdier:

Granit Q_α : 250, Q_β : 70-150

Sandsten Q_α : 58, Q_β : 31



Hvordan bestemmes Q ?

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

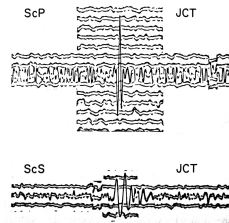
Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

Den mest normale måde at bestemme Q er ved at sammenligne amplitude og frekvens indhold af to seismiske bølger der har rejst samme vej. Dette udelukker ukendte kildeeffekter.

En S-bølge som rejser ned til kernen vil ved grænselaget blive reflekteret og blive til en P og en S bølge. Disse ankomster ScP og ScS vil rejse samme vej, men da P bølger har større Q , så bliver den dæmpet mindre og være mere skarp.

Hvis der tager hensyn til refleksionskoefficienterne kan gennemsnits værdier ned til kappen for Q_α og Q_β bestemmes.



Hvordan man tager højde for dæmpning

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt

"Ocean" under Asien?

Referencer

Dæmpning kan modelleres ved at bruge $t^* = \frac{t}{Q}$, hvor t er den totale rejsetid og Q gennemsnittet over vejen. Q varierer ofte med dybden, så det skrives normalt som et integrale:

$$t^* = \int_{\text{path}} \frac{dt}{Q} \approx \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{Q_i}$$

Dette sættes ind i udtrykket for amplituden:

$$A(\omega) = A_0(\omega)e^{-\omega t^*/2}$$

For en given frekvens kan dæmpningen langs vejen altså udregnes. For høje frekvenser bliver som nævnt tidligere altså dæmpet mere end lave.

Tomografi

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q
Frekvens
 Q 's egenskaber

Bestemmelse
 t^*

Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

Vi observere et seismogram og vil gerne finde jordstrukturen der gav anledning til dette. Et inverst problem. \mathbf{d} er data, \mathbf{G} sammenhængen mellem data og model, \mathbf{m} model vi gerne vil finde.

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$$

Kan løses på mange måder. F.eks. dæmpede mindste kvadraters metode. Minimering af afstanden mellem misfit'tet og normen af modellen

$$\| \mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_\epsilon) \|^2 - N\sigma^2$$

med hensyn til ϵ for at kunne finde det bedste løsning

$$\mathbf{m}_\epsilon = [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \epsilon_{\text{min}}^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d}_{\text{obs}}$$



Eksempel: Rejsetidsanomali

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

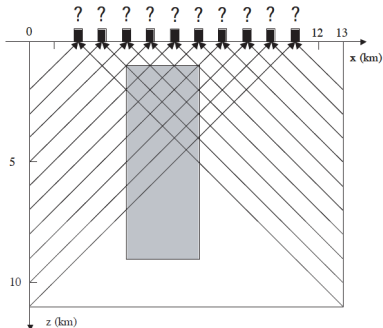
Tomografi

Enormt

"Ocean"
under Asien?

Referencer

At bestemme strukturen under jorden ved rejsetid anomalies. 2 jordskælv og 10 seismografer.





Eksempel: Rejsetidsanomali

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator



Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

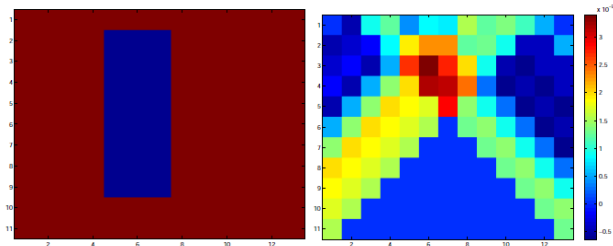
t^*

Tomografi

Enormt
"Ocean"
under Asien?

Referencer

Billedet viser den sande struktur til venstre og den mindst sandsynlige genfundne struktur ved at regne tilbage fra rejsetidsanomalierne.



Hvis vi skulle have set på dæmpning i stedet skulle vi først have lave et mål for dæmpningen for hver stråle ved f.eks. at vurdere ScS og ScP ankomsters amplituder og frekvensindhold.

Enormt "Ocean" under Asien?

http://www.livescience.com/environment/070228_beijing_anomaly.html



LiveScience RSS Feeds

Newsletters

Space

Animals

Health

Environment

Technology

Huge 'Ocean' Discovered Inside Earth

By [Ker Than](#), LiveScience Staff Writer

posted: 28 February 2007 01:28 pm ET

Share this story



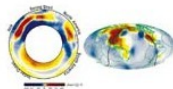
Scientists scanning the deep interior of [Earth](#) have found evidence of a vast water reservoir beneath eastern Asia that is at least the volume of the [Arctic Ocean](#).

The discovery marks the first time such a large body of [water](#) has found in the planet's [deep mantle](#).

The finding, made by Michael Wyession, a seismologist at Washington University in St. Louis, and his former graduate student Jesse Lawrence, now at the University of California, San Diego, will be detailed in a

Related Images

ENLARGE PHOTO



Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Enormt “Ocean” under Asien?

Dæmpning af
seismiske
bølger

Thomas R. N.
Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet
oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt
“Ocean”
under Asien?

Referencer

Artiklen

Lawrence, J. F., and M. E. Wysession, **Seismic evidence for subduction-transported water in the lower mantle**, Earth's Deep-Water Cycle, AGU Monograph, **2006**, 251-261.

Jeg har valgt denne artikel som eksempel, da den viser spændende lidt kontroversiel del af dæmpnings tomografi.



Vigtigste elementer fra artiklen

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

- Laveste Q værdi i hele kappen er under Beijing i toppen af den nedre kappe.
- "Ocean" lidt voldsomt - nogle stentyper kan indeholde mellem 1 til 2000-4000 ppm (vægt) vand.
- Anomalien har en størrelse på $1.8 \cdot 10^{10} \text{ km}^3$ og med 0.1% vand ville det svare vandet i det arktiske ocean.
- På grund af kappens store volumen estimeres den nedre kappe til at indeholde 1 til 5 gange af alt vandet på jorden.
- Hvis det ikke var p.g.a. subduktion ville delvis smeltning transportere vandet væk fra den nedre kappe.



Enormt "Ocean" under Asien?

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

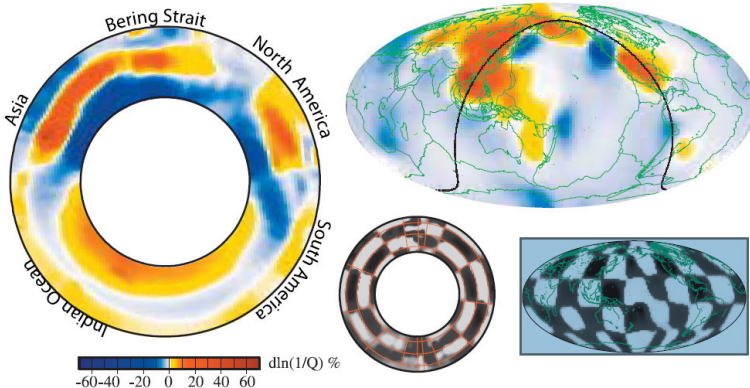


Plate 2. Great-circle vertical cross-section and horizontal cross-section at a depth of 1000 km through the attenuation model of Lawrence and Wysession [2006b], with accompanying checkerboard resolution test images. There is a long high-attenuation (low- Q_p) anomaly at the top of the lower mantle just above the locations of the subducted Pacific ocean lithosphere along the western and northern rim of the Pacific.

Enormt "Ocean" under Asien?

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

- Nyelige undersøgelser af mineraler viser at store mængder vand kan transporteres ned med subduktion.
- Store koncentration af vand ($\gg 500$ ppm) eksistere i ocean skorpen og lithosferen, men det er svært at vurdere hvor meget.
- En kontroversiel teori fremhæver at grunden til den store dæmpning i athenosfæren skyldes at den netop ikke er delvist smeltet og derfor kan indholde mere vand.

Observationerne og metoden



Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

- Undersøgelsen er baseret på 80.000 målinger af 898 forskellige jordskælv.
- For hvert seismogram blev den differentielle rejsetid og dæmpning udregnet mellem den første S-bølgen og den efterfølgende (S, Sc, ScS ...).
- Det meste interessant fra deres undersøgelse er et stort område under Asien med lave Q værdier i en dybde af 700 til 1400 km.
- Som det kunne ses på figuren, så viste en skakbrætstest at det er tilstrækkeligt med data til at kunne opløse anomalien.

Enormt "Ocean" under Asien?



Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori
Dæmpet oscillator
 Q
Frekvens
 Q 's egenskaber
Bestemmelse
 t^*
Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

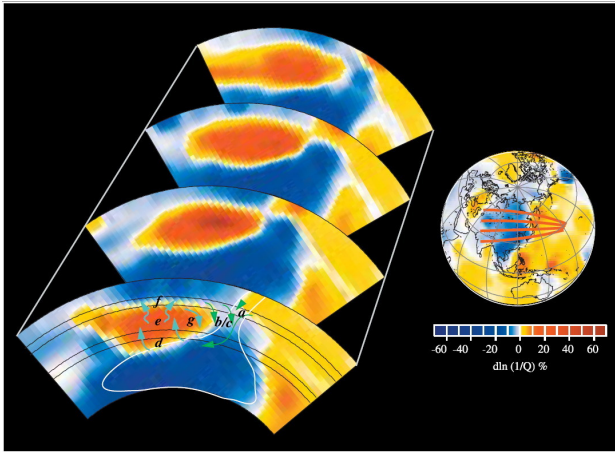


Plate 4. Tomographic slices through the high-attenuation anomaly, with some possible flow paths for the water that could be entering the lower mantle via subduction of oceanic lithosphere. a) Water can enter the deep mantle in hydrous phases contained within a cold slab. b) Hydrous transition zone minerals may be viscously entrained along with c) a cold slab containing hydrous phase D. d) at 1100 to 1400 km depth hydrous phase D may break down releasing water into the lower mantle. e) This water may percolate or diffuse through the lower mantle and possibly f) back up into the transition zone. g) Alternatively, water may continue to circulate through the lower mantle.



Er anomalien ægte?

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Fokusering andre undersøgelser, der overlapper, stemmer overens med data.

Spredning har nok en effekt, men ikke i en grad så Q falder fra 300 til 100.

Kornstørrelse Over den subdukerede lithosfære i toppen af den nedre kappe er kornstørrelsen måske mindre, men ved sammenligning med andre subdukerende plader har man ikke fundet samme effekt.

Temperatur Øget temperatur ville øge dæmpningen, men også hastigheden og det er ikke observeret.



Vand?

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

- For at vand kan blive transporteret ned i kappen skal temperaturen være under 1000 grader.
- Stillehavspladerne er meget kolde og bringer effektivt koldt materiale ned i jorden.
- Mængde af vand behøves ikke at være meget stor og det vigtigste den relative vand mængde. Forøges vandmængden 10-20 gange kan Q falde fra 300 til 100.
- En stor stigning i vandmængden burde ikke give anledning til en stor ændring seismiske hastigheder, hvilket passer godt sammen med dataene.



Referencer

Dæmpning af seismiske bølger

Thomas R. N. Jansson

Indledning

Teori

Dæmpet oscillator

Q

Frekvens

Q 's egenskaber

Bestemmelse

t^*

Tomografi

Enormt "Ocean" under Asien?

Referencer

Referencer

- P. M. Shearer, **Introduction to seismology**, 1999.
- T. C. Wallace and T. Lay, **Modern global seismology**, 1995.
- Lawrence, J. F., and M. E. Wysession, **Seismic evidence for subduction-transported water in the lower mantle**, Earth's Deep-Water Cycle, AGU Monograph, **2006**, 251-261.
- P. W. Burton, J. D. Bennel, **Q^{-1} and lithospheric thickness**, Earth and planetary science letter, **30**, **1976**, 151-154.
- S. Gregersen, F. Vaccari, **Lg-wave modelling for the North Sea**, **114**, **1993**, 76-80.
- B. Romanowicz, **On the measurement of anelastic attenuation using amplitudes of low frequency surfaces waves.**, Physics of the earth and planetary interiors, **84**, **1994**, 179-191.
- L. Ottemöller, **Lg wave Q tomography in Central America**, Geophys. J. Int., **150**, **2002**, 295-302.
- C. A. Dalton, G. Ekström, **Global models of surface wave attenuation**, **111**, **2006**, B05317.

tjansson.dk

Dette foredrag vil være at finde på siden www.tjansson.dk.